

*Розглянуті особливості проектування робастних систем керування на базі  $H_\infty$ -норми замкненої системи з об'єктом без самовирівнювання. Запропонована методика синтезу робастного регулятора для інтегральних об'єктів 1-го і 2-го порядку. Встановлено однозначні залежності між параметром налаштування робастного регулятора та основними показниками якості функціонування системи керування. Отримана методика синтезу дозволяє швидко і однозначно налаштувати регулятор для об'єкту без самовирівнювання на задані показники якості*

**Ключові слова:** синтез регулятора, внутрішня модель,  $H_\infty$ -норма, інтегральний об'єкт, показники якості

*Рассмотрены особенности проектирования робастных систем управления на базе  $H_\infty$ -нормы замкнутой системы с объектом без самовыравнивания. Предложена методика синтеза робастного регулятора для интегральных объектов 1-го и 2-го порядка. Установлены однозначные зависимости между параметром настройки робастного регулятора и основными показателями качества функционирования системы управления. Полученная методика синтеза позволяет быстро и однозначно настроить регулятор для объекта без самовыравнивания на заданные показатели качества*

**Ключевые слова:** управление, внутренняя модель, синтез регулятора, интегральный объект, показатели качества

УДК 681.5.013

DOI: 10.15587/1729-4061.2017.108531

# СИНТЕЗ РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА З ВНУТРІШНЬОЮ МОДЕЛЛЮ ДЛЯ ОБ'ЄКТІВ БЕЗ САМО- ВИРІВНЮВАННЯ

Т. Г. Баган

Кандидат технічних наук, доцент  
Кафедра автоматизації  
теплоенергетичних процесів  
Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського"  
пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056  
E-mail: mtbagan@ukr.net

## 1. Вступ

Забезпечення надійної роботи обладнання енергоблоків досягається підтримкою його основних параметрів, а в деяких випадках і швидкості зміни, в доволі вузьких межах. Тому стабільна робота обладнання потребує розширення функцій систем автоматичного керування (САК) з жорсткими вимогами до якості їх роботи.

Застосування робастного підходу дозволяє істотно спростити апаратне і програмне забезпечення, що застосовується в САК, адже можливість апіорного вибору структури і параметрів регуляторів знижує витрати на налагодження й обслуговування системи [1]. Головною особливістю  $H_\infty$ -регуляторів є те, що в процесі функціонування робастної системи використовується тільки апіорна інформація про можливі зовнішні збурення [2]. Це призводить до того, що робастні системи характеризуються деяким консерватизмом, тобто такий регулятор завжди готовий до найгіршого випадку.

Однак, строгі математичні методи робастного синтезу малопридатні для вирішення конкретних інженерних завдань. Це обумовлено великою складністю застосовуваних обчислювальних процедур, високим порядком одержуваних регуляторів та малопридатністю цих методів для об'єктів з запізненням. У такій ситуації дуже перспективною є розробка простих методів синтезу робастних систем.

Якість роботи системи керування залежить як від регулятора, так і від об'єкту. В більшості випадків

регулятор проектується, враховуючи специфіку об'єкта керування. Якщо система керування має об'єкт без самовирівнювання, то досягнення прийнятної якості керування значно ускладнюється. Основною особливістю об'єкту без самовирівнювання є те, що його модель містить інтегратори, що є специфічною особливістю нестійких об'єктів. Для стійких об'єктів розроблено багато стратегій керування, наприклад, ПІД-регулятор або предиктор Сміта. В той час як для інтегральних об'єктів таких методів є значно менше [3]. Хоча ПІД-регулятор можна використовувати для керування інтегральними об'єктами, але часто це призводить до погіршення якості керування. Для предиктора Сміта замкнута система є внутрішньо нестійка, оскільки сам об'єкт нестійкий.

Таким чином, розробка регулятора, що володіє властивостями робастності і може бути налаштований на зрозумілі практикам прямі показники якості є актуальним завданням, що дозволяє розширити область його застосування для об'єктів без самовирівнювання.

## 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Наявна можливість точної ідентифікації об'єкта керування дозволяє уникнути процедури складного налаштування системи керування, якщо використати регулятор з внутрішньою моделлю. Така ідея є відправною точкою для принципу, який називається керуванням із внутрішньою моделлю або ІМС (від англ.

Internal Model Control), тому що модель об'єкта є явною внутрішньою частиною регулятора [4].

Принцип керування з використанням внутрішньої моделі базується на твердженні, що керування буде ефективним тоді, коли система в певній мірі включає в себе особливості об'єкта, яким керує. Тобто, якщо регулюючий блок включає в себе модель об'єкта, то теоретично можлива ідеальна якість керування (відсутність перерегулювання, коливальності процесу, мінімальний час регулювання).

Суть подібного підходу полягає в тому, що ідентифікація моделі об'єкта та введення до складу регулятора приведе до високоякісної реакції на зміну завдання, при цьому якісно реагуючи на зовнішні збурення.

У роботі [5] розглянуто найбільш часто вживані інтегральні показники якості, прямі показники якості перехідних процесів у часовій та частотній областях та умови робастної стійкості. Запропоновано модифікований ІМС синтез для покращення перехідних процесів за каналом зовнішні збурення – вихід для об'єктів із великими сталими часу. Головною ідеєю такого методу є скорочення відповідних полюсів характеристичного рівняння. Аналітично виведено формули для налаштування регуляторів, разом із умовами робастної стійкості.

Ідеї, які розглядаються в робастній теорії управління, врешті-решт були застосовані й для ПІД-регулювання. Таке проникнення призвело до появи методів, які називаються робастне ПІД-регулювання [6]. У цьому випадку, розрізняють отримання робастного ПІД-регулятора, який є результатом розв'язку задачі робастного керування для обмеженої структури регулятора. Оскільки налаштування ПІ- та ПІД-регуляторів найчастіше використовуються на практиці, то було приведено методи ПІД налаштування на основі ІМС синтезу.

Розглянуті методи включають явний розгляд робастності в своєму принципі. Серед них можна виділити два загальні підходи. До першого відносяться методи, де отримують робастну систему керування, але при цьому не прив'язуються до будь-якого показника робастності [7]. Більш глибокі методи налаштування ПІД регуляторів, що базуються на ІМС синтезі, для покращення перехідних процесів за каналом збурення-вихід були запропоновані у [8]. Згідно другого підходу використовуються явні терміни та визначення робастності, для того щоб досягти бажану для замкненої системи робастність. Так, у [9] для цього використовується комплексний частотний показник – максимум функції чутливості. Роботи в цьому напрямку розширилися для систем з двома ступенями свободи у [10].

Внаслідок використання  $H_\infty$ -норми замкненої системи як критерію оптимальності у [11] отримано налаштування ПІД-регулятора для об'єктів із запізнюванням. Доведено, що, змінюючи параметр налаштування регулятора можна досягти бажаного компромісу між потрібними показниками якості функціонування системи та робастністю.  $H_\infty$ -норма замкненої системи у

якості критерію оптимальності уможливило просте й швидке налаштування ПІД-регулятора для об'єктів першого та другого порядків із запізнюванням. Ці дослідження були продовжені у [12], де показані переваги застосування регулятора з такою структурою. У статті [13] проведені порівняльні дослідження штатних ПІ-регуляторів з новими структурами робастних регуляторів. У [14] отримано структури регулятора з внутрішньою моделлю на базі  $H_\infty$ -норми для систем з двома ступенями свободи.

Проте всі вищенаведені дослідження стосувались тільки об'єктів з самовирівнюванням. Необхідність охопити можливість застосовувати подібну структуру регулювання для об'єктів, що мають в своєму складі інтегральну складову, обумовлюють потребу продовження дослідження в цьому напрямку.

### 3. Мета та задачі дослідження

Метою даної роботи є побудова  $H_\infty$ -регулятора з внутрішньою моделлю для об'єктів без самовирівнювання та дослідження способів його налаштування.

Для досягнення поставленої мети були вирішені наступні задачі:

- отримання структури регулятора з внутрішньою моделлю для об'єктів без самовирівнювання на базі  $H_\infty$ -норми замкненої системи;
- визначення впливу параметрів  $H_\infty$ -ІМС-регулятора на основні показники якості функціонування САК;
- створення програми вибору налаштувань  $H_\infty$ -регулятора, які для робастної системи гарантовано забезпечують потрібний показник якості або комбінацію.

### 4. Матеріали та методи дослідження ІМС- $H_\infty$ -регулятора для об'єктів без самовирівнювання

Мінімальна вимога до системи керування – це внутрішня стійкість. Розглянемо систему керування зі зворотним зв'язком, показану на рис. 1, де  $P$  є об'єктом без самовирівнювання, а  $R$  – регулятор.

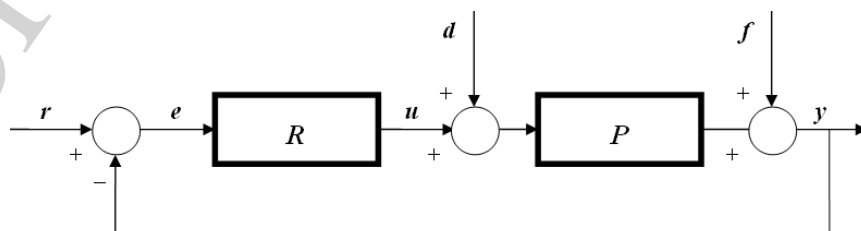


Рис. 1. Система керування зі зворотнім зв'язком

У такій системі є два незалежних виходи і два незалежні входи. Можна вибрати  $r(s)$  і  $d(s)$  як входи і  $y(s)$  та  $u(s)$  як виходи. Замкнута система внутрішньо стійка, тоді і тільки тоді, якщо всі елементи передавальної функції матриці  $H(s)$  від  $r(s)$  і  $d(s)$  до  $y(s)$  і  $u(s)$  є стійкими:

$$\begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = H(s) \begin{bmatrix} r(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{P(s)R(s)}{1+P(s)R(s)} & \frac{P(s)}{1+P(s)R(s)} \\ \frac{R(s)}{1+P(s)R(s)} & \frac{-P(s)R(s)}{1+P(s)R(s)} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Розглянемо тепер структуру з ІМС-регулятором, приведеної до класичного виду.

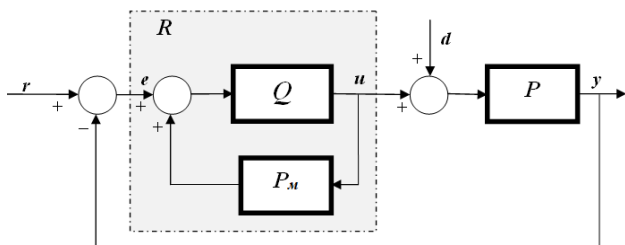


Рис. 2. Система із ІМС-регулятором приведена до класичного вигляду

Структура  $Q$  називається ІМС-регулятором. Якщо  $P_m$  розглядається як еталонна модель керування, то вона може бути вбудована в структуру регулятора. Припустимо, що модель є точною, тобто  $P_m = P$ . Тоді  $Q$  визначається у вигляді наступної передавальної функції:

$$Q(s) = \frac{R(s)}{1+P(s)R(s)}. \quad (3)$$

Отже передавальну функцію регулятора можна виразити як

$$R(s) = \frac{Q(s)}{1-P(s)Q(s)}. \quad (4)$$

А матрицю  $H(s)$ , визначену у (2) перепишемо у вигляді

$$H(s) = \begin{bmatrix} P(s)Q(s) & [1-P(s)Q(s)]P(s) \\ Q(s) & -P(s)Q(s) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

У випадку, коли об'єкт  $P(s)$  з самовирівнюванням, система буде внутрішньо стійка завжди, коли  $Q(s)$  є стійкою. Очевидно, що коли об'єкт  $P(s)$  має інтегральні ланки, тобто не є стійким, то стійкість  $Q(s)$  не може гарантувати стійкість замкнутої системи.

Отже, якщо  $P(s)$  є об'єктом без самовирівнювання, то система, показана на рис. 2, є внутрішньо стійкою тоді і тільки тоді, коли виконуються дві умови:

- $Q(s)$  стійка.
- $[1-P(s)Q(s)] P(s)$  є стійкою передавальною функцією.

Загальна процедура синтезу, детально розглянута в [11], полягає в наступному:

1) апроксимація часу запізнення шляхом розкладання в ряд Тейлора або Паде;

2) обираємо в якості критерія оптимальності  $\min \|V(s)S(s)\|_\infty$ , де  $V(s)$  – деяка функція зваженості, яка обирається залежно від вхідного впливу, а  $S(s)$  – функція чутливості;

3) виведення  $Q_{opt}(s)$  шляхом мінімізації критерія оптимальності;

4) розрахунок регулятора  $R(s)$  згідно (4).

Розглянемо інтегральний об'єкт (без самовирівнювання) першого порядку, який описується передавальною функцією виду:

$$P = \frac{K_o}{s} e^{-\tau s}. \quad (6)$$

Апроксимувавши ланку запізнення розкладанням в ряд Паде 1-го порядку маємо:

$$P = \frac{K_o(1-s\tau/2)}{s(1+s\tau/2)}. \quad (7)$$

Внутрішня стійкість вимагає, щоб

$$\lim_{s \rightarrow 0} [1 - W_o(s)Q(s)] = 0. \quad (8)$$

Щоб задовольнити цій умові,  $Q(s)$  повинна напряму залежати від  $s$ , а вільний член залишку повинен бути  $1/K$ , тобто

$$Q(s) = \frac{s[1+sQ_1(s)]}{K_o}. \quad (9)$$

де  $Q_1(s)$  є стійкою переважною функцією. Розглянемо в якості вхідного впливу ступінчате збурення. Таким чином, функція зваженості визначається як  $V(s) = 1/s$ . Наближена модель об'єкта має нуль при  $2/\tau$ . Отже, маємо

$$\|V(s)S(s)\|_\infty = \|V(s)[1-P(s)Q(s)]\|_\infty \geq \left|V\left(\frac{2}{\tau}\right)\right|.$$

Мінімізуючи ліву сторону нерівності отримаємо

$$\min \left\| V(s) \left[ 1 - P(s) \frac{s[1+sQ_1(s)]}{K_o} \right] \right\|_\infty = \frac{\tau}{2}. \quad (10)$$

Тоді оптимальний регулятор  $Q_{1opt}(s) = \tau/2$ . Підставлення цього виразу в (9) дає

$$Q_{opt}(s) = \frac{s}{K_o} \left( 1 + \frac{\tau}{2}s \right). \quad (11)$$

Як і для об'єктів з самовирівнюванням, необхідно ввести фільтр  $F(s)$ , який виконує кілька функцій:

– оптимальний регулятор  $Q_{opt}(s)$ , як правило, є неправильним дробом. Тому однією з основних функцій фільтра є завдання зробити  $Q_{opt}(s)$  правильним. Звичайно, регулятор залишається оптимальним і після введення фільтра;

– так як  $S(s) = 1 - P(s)Q(s)$  і  $T(s) = P(s)Q(s)$ , то параметри фільтра можуть бути використані для налаштування номінальної якості та стійкості, а також для кількісного компромісу між цими двома цілями;

– існує прямий зв'язок між параметром фільтра і змінними параметрами об'єкта, так як  $u(s) = Q(s)r(s)$ . Якщо структуру керування не дозволяється змінювати, то можна обмежитися змінною величиною керування, регулюючи параметр фільтра.

При цьому фільтр повинен задовольняти мінімальним наступним вимогам:

- замкнута система є внутрішньо стійкою;
- формула регулятора  $Q(s)=Q_{opt}(s)F(s)$  є правильним дробом;
- досягається асимптотичне стеження.

Таким чином, остаточний регулятор  $Q(s)$  визначатиметься як:  $Q(s)=Q_{opt}(s)F(s)$ . Для асимптотичної стеження, система повинна задовольняти наступній умові:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^k}{ds^k} [1 - P(s)Q(s)] = 0, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (12)$$

або, що еквівалентно,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} [1 - P(s)Q(s)] = 0. \quad (13)$$

Щоб цього досягти, фільтр повинен мати більш складну форму, ніж в системі з об'єктом з самовирівнюванням. Зокрема, він повинен мати нуль, тобто його загальна структура визначатиметься як:

$$F(s) = \frac{\beta s + 1}{(\lambda s + 1)^m}, \quad (14)$$

де  $\lambda$  є мірою якості, а  $\beta$  – додатне дійсне число, яке вибирається, щоб задовольнити (12). Коефіцієнт  $m$  повинен бути таким, щоб  $Q(s)$  була правильно визначеною, тому обирається згідно нижченаведеної формули:

$$m = \begin{cases} \deg\{\text{num}(Q_{opt})\} - \deg\{\text{denom}(Q_{opt})\}, & \text{if } \deg\{\text{num}(Q_{opt})\} > \deg\{\text{denom}(Q_{opt})\}, \\ 1, & \text{if } \deg\{\text{num}(Q_{opt})\} = \deg\{\text{denom}(Q_{opt})\}. \end{cases}$$

Очевидно, що вимогу асимптотичної відстеження може задовольнити фільтр третього порядку. Оберемо такий фільтр наступної структури:

$$F(s) = \frac{(3\lambda + \tau/2)s + 1}{(\lambda s + 1)^3}. \quad (15)$$

Відповідно, субоптимальний регулятор матиме вигляд

$$Q(s) = \frac{s(1 + s\tau/2)[(3\lambda + \tau/2)s + 1]}{K_o(\lambda s + 1)^3}. \quad (16)$$

Тоді регулятор загальної системи зі зворотнім зв'язком отримуємо як

$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{Q(s)}{1 - P(s)Q(s)} = \\ &= \frac{1}{K_o} \frac{(3\lambda\tau/2 + \tau^2/4)s^2 + (3\lambda + \tau)s + 1}{\lambda^3 s^2 + (3\lambda^2 + 3\lambda\tau/2 + \tau^2/4)s}. \end{aligned} \quad (17)$$

Таку структуру шляхом еквівалентних перетворень можна звести до ПІД-регулятора:

$$R^{\text{ПІД}}(s) = k_r \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s + 1}{T_f s + 1} \right), \quad (18)$$

параметри якого визначатимуться за формулами

$$k_r = \frac{1}{K_o} \frac{3\lambda + \tau}{3\lambda^2 + 3\lambda\tau/2 + \tau^2/4}, \quad (19)$$

$$T_i = 3\lambda + \tau,$$

$$T_d = \frac{3\lambda\tau/2 + \tau^2/4}{3\lambda + \tau},$$

$$T_f = \frac{\lambda^3}{3\lambda^2 + 3\lambda\tau/2 + \tau^2/4}.$$

Тепер розглянемо синтез  $H_\infty$ -ІМС-регулятора для об'єкту без самовирівнювання другого порядку, який можна описати наступною передавальною функцією:

$$P = \frac{K_o}{s(Ts + 1)} e^{-\tau s}, \quad (20)$$

де  $T$  – постійна часу. Використовуючи апроксимацію часу запізнення рядом Тейлора 1-го порядку функцію (20) можна представити як

$$P = \frac{K_o(1 - \tau s)}{s(Ts + 1)}. \quad (21)$$

Застосовуючи вищеописану процедуру синтезу отримуємо оптимальну структуру ІМС-регулятора:

$$Q_{opt} = \frac{s(1 + \tau s)}{K_o}. \quad (22)$$

Для отримання реального ІМС-регулятора структуру оптимального доповнимо фільтром з наступними параметрами

$$F = \frac{(3\lambda + \tau)s + 1}{(\lambda s + 1)^3}. \quad (23)$$

Згідно (4) отримуємо структуру регулятора

$$R = \frac{1}{K_o} \frac{(Ts + 1)((3\lambda + \tau)s + 1)}{(\lambda^3 s + 3\lambda^2 + 3\lambda\tau + \tau^2)s}. \quad (24)$$

Структуру, отриману як (24), також можна привести до ПІД-регулятора у вигляді:

$$R^{\text{ПІД}}(s) = k_r \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_f s + 1} \right), \quad (25)$$

параметри якого визначатимуться як

$$k_r = \frac{1}{K_o} \frac{3\lambda + \tau + T}{3\lambda^2 + 3\lambda\tau + \tau^2}, \quad (26)$$

$$T_i = 3\lambda + \tau + T,$$

$$T_d = \frac{(3\lambda + \tau)T}{3\lambda + \tau + T},$$

$$T_f = \frac{\lambda^3}{3\lambda^2 + 3\lambda\tau + \tau^2}.$$

Таким чином, налаштування, які отримані для  $H_{\infty}$ -ІМС-регулятора, можна застосувати для системи автоматичного керування, яка має в своєму складі об'єкт без самовирівнювання та ПІД-регулятор без зміни структури самої системи.

### 5. Результати досліджень впливу параметра налаштування на показники якості функціонування

Важливо, що регулятор має лише один регульований параметр ( $\lambda$ ), який також є єдиною часовою константою номінальної передавальної функції замкненої системи. При цьому  $\lambda$  становить собою параметр, який тісно пов'язаний з критеріями якості. Збільшення  $\lambda$  призводить до покращення робастності, але погіршуються показники якості функціонування системи, передусім – швидкодія. Зменшення  $\lambda$ , навпаки, покращує показники якості, але погіршує робастність. Таким чином,  $\lambda$  виступає показником ефективності або мірою якості. Цей параметр може бути використаний для процедури знаходження компромісу між якістю керування та робастною стійкістю замкненої системи.

Головною особливістю регуляторів такого типу для об'єктів з самовирівнюванням є те, що вони можуть бути налаштовані для кількісних показників якості і надійності [12, 13]. Така можливість залишається і для систем з інтегрувальними об'єктами. Залежності між мірою якості і основними показниками якості системи також можуть бути однозначно виведені.

Під час моделювань систем з  $H_{\infty}$ -ІМС-регулятором установлені граничні значення міри якості:  $\lambda_{\min}=0,1\tau$  і  $\lambda_{\max}=1,20\tau$ . Поки міра якості більша, ніж нижня межа  $\lambda_{\min}$ , замкнута система стійка. Збільшення міри якості за  $\lambda_{\max}$  в більшості випадків не призводить до покращення показника якості. До того ж, для об'єктів 1-го порядку, в цьому випадку можливе отримання від'ємних параметрів налаштування для приведенного ПІД-регулятора.

В результаті проведеного моделювання системи з об'єктами без самовирівнювання 1-го та 2-го порядків та  $H_{\infty}$ -ІМС-регулятором було виявлено, що питомі значення показників якості, тобто приведені до параметрів об'єкта, залежать від міри якості регулятора (параметр  $\lambda/\tau$ ). Були досліджені частотні показники (запас по модулю, запас по фазі, максимум функції чутливості), прямі показники (динамічна похибка, ступінь затухання, перерегулювання, час підйому, час регулювання) та інтегральні показники (інтегральний квадратичний критерій, інтегральний часовий квадратичний критерій, інтегральний часовий абсолютний критерій).

Зокрема, на рис. 3–5 представлені залежності деяких показників якості від параметра  $\lambda$ , який забезпечує оцінку якості. Видно, що запас стійкості по модулю  $m$  (рис. 3), ступінь затухання  $\psi$  (рис. 4), і час регулювання  $t_{\text{рег}}$  (рис. 5) однозначно залежать від  $\lambda/\tau$ . Інші показники якості також пов'язані з  $\lambda/\tau$  однозначно.

За допомогою цих залежностей можна проектувати  $H_{\infty}$ -ІМС-регулятор для кількісної номінальної якості. Наприклад, якщо допустимий ступінь затухання має бути 90 %, то згідно з рис. 4 необхідно взяти  $\lambda=0,41\tau$ .

Залежності основних показників якості можна наводити в графічному або аналітичному вигляді. Проте,

для практичної реалізації зручніше використовувати табличні дані з деяким програмним керуванням, що полегшує пошук потрібних результатів в масиві даних.

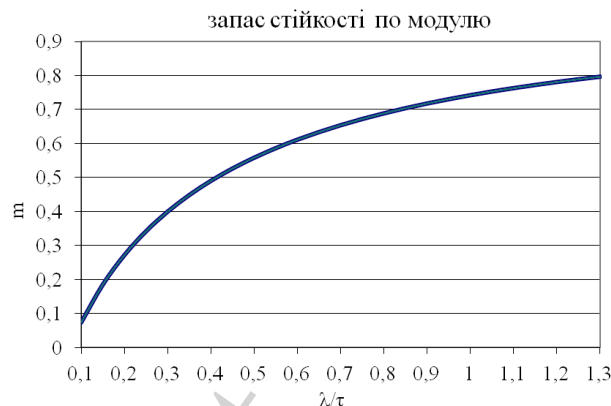


Рис. 3. Вплив міри якості на запас по модулю

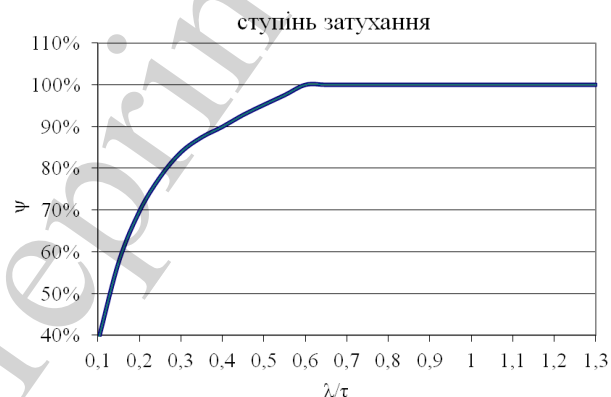


Рис. 4. Вплив міри якості на ступінь затухання  $\psi$

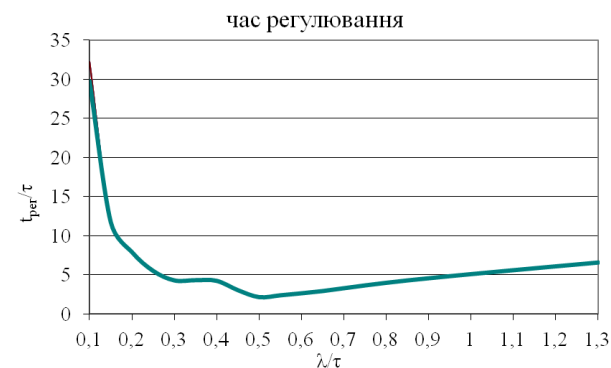


Рис. 5. Вплив міри якості на час регулювання  $t_{\text{рег}}$

На основі отриманих залежностей була створена програма, яка дозволяє підібрати такі параметри налаштувань регулятора, що задовольняють заданим параметрам об'єкта та введеним показникам якості функціонування (рис. 6).

Такий регулятор є робастним і гарантує досягнення заданих показників якості.

Причому, можна задавати не один вихідний показник якості, а відразу декілька. Після введення параметрів об'єкта та задання необхідних показників якості функціонування системи, програма видає налаштування регулятора, які задовольняють указаним вимогам. Таким чином, якщо відома модель об'єкта



керування з межами змін параметрів, то можна задати значення бажаного показника або набору показників якості функціонування системи і отримати налаштування регулятора.

Рис. 6. Інтерфейс програми підбору параметрів регулятора

## 6. Обговорення результатів дослідження впливу параметра регулятора на робастну якість системи

Незважаючи на те, що розроблені багато методів синтезу регуляторів, область ефективної роботи кожного методу занадто обмежена і вимагає виконання умов та обмежень, які часто не відповідають реальним ситуаціям. Практичні вимоги до роботи системи керування, як правило, визначаються в термінах часової області або в частотній області. Використовуючи цільове налаштування запропонованого регулятора, можна забезпечити кількісні показники якості в замкнутій системі.

За результатами зроблених досліджень пропонується наступна методика налаштування робастного регулятора, щоб система мала значення обраного показника якості не гірше заданого при всіх невизначеностях об'єкта:

- 1) розробка регулятора для номінального об'єкта з заданим показником якості;
- 2) заміна номінального об'єкта на об'єкт з найгіршим поєднанням параметрів (тобто, коефіцієнту передачі об'єкта і часу запізнювання надаються максимальні значення);
- 3) встановлення такої міри якості, для якої показник якості функціонування системи набуває гранично допустимого значення.

Таким чином, коли відома модель об'єкта керування, а також межі змін його параметрів, то можна спроектувати робастний регулятор (17) або (24). Потім за допомогою процедури підбору  $\lambda$  можна досягти бажаної якості за прямими показниками якості функціонування для об'єкта в його «найгіршому» стані. До того ж, поєднання цих показників дуже важливе і зрозуміле для інженерів-практиків. Цей регулятор забезпечить робастність системи з показниками якості не гірше заданих.

Виконані дослідження є продовженням робіт по синтезу робастних регуляторів для об'єктів з самовирівнюванням. Їх також можна налаштувати для кількісної якості та робастності. Очевидно, що формули для регуляторів у системах з об'єктами без самовирівнювання більш складні, ніж ті, що використовуються для стійких об'єктів. Це пов'язано з тим, що інтегральні об'єкти складніше контролювати.

Отримані регулятори можна застосовувати в системах з нестійкими об'єктами, що викликана наявністю в їх складі інтегральних ланок 1-го та 2-го порядків. В подальших дослідженнях можна розширити область застосування для нестійких об'єктів, що мають полюси в правій частині комплексної площини.

## 7. Висновки

1. Розроблена структура регулятора з використанням внутрішньої моделі на базі  $H_\infty$ -норми замкненої системи для об'єкта керування без самовирівнювання. Такий регулятор дозволяє гарантовано отримати робастну систему по заданому показнику якості.
2. Виведені однозначні залежності основних показників якості функціонування системи від параметра налаштування регулятора для об'єктів без самовирівнювання 1-го та 2-го порядку. За допомогою отриманих залежностей можна налаштовувати  $H_\infty$ -IMC-регулятор наперед задані вимоги до перехідного процесу та запасів стійкості. Параметри регулятора безпосередньо пов'язані з практичними вимогами до систем керування.
3. На базі отриманих залежностей створена програма, що дозволяє підібрати параметри налаштування регулятора. Отриманий робастний регулятор гарантує досягнення показників якості не гірше заданих.

## Література

1. Методы робастного, нейро-нечеткого, и адаптивного управления [Текст] / под ред. Н. Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 744 с.
2.  $H_\infty$  Control Theory [Text] / E. Mosca, L. Pandolfi (Eds.). – London: British Library Cataloguing, 1991. – 325 p. doi: 10.1007/bfb0084465
3. O'Dwyer, A. Handbook of PI and PID controller tuning rules [Text] / A. O'Dwyer. – 3rd ed. – Ireland: Dublin Institute of Technology, 2009. – 624 p. doi: 10.1142/p575
4. Brosilow, C. Techniques of model-based control [Text] / C. Brosilow, B. Joseph. – USA: Prentice Hall, 2002. – 704 p.

5. Liu, T. Control of Single-Input-Single-Output (SISO) Processes [Text] / T. Liu, F. Gao // Advances in Industrial Control. – 2011. – P. 243–277. doi: 10.1007/978-0-85729-977-2\_7
6. Vilanova, R. IMC based Robust PID design: Tuning guidelines and automatic tuning [Text] / R. Vilanova // Journal of Process Control. – 2008. – Vol. 18, Issue 1. – P. 61–70. doi: 10.1016/j.jprocont.2007.05.004
7. Lin, M. G. A Comparative Study of Recent/Popular PID Tuning Rules for Stable, First-Order Plus Dead Time, Single-Input Single-Output Processes [Text] / M. G. Lin, S. Lakshminarayanan, G. P. Rangaiah // Industrial & Engineering Chemistry Research. – 2008. – Vol. 47, Issue 2. – P. 344–368. doi: 10.1021/ie0704546
8. Shamsuzzoha, M. IMC–PID Controller Design for Improved Disturbance Rejection of Time-Delayed Processes [Text] / M. Shamsuzzoha, M. Lee // Industrial & Engineering Chemistry Research. – 2007. – Vol. 46, Issue 7. – P. 2077–2091. doi: 10.1021/ie0612360
9. Arrieta, O. Simple PID tuning rules with guaranteed  $M_s$  robustness achievement [Text] / O. Arrieta, R. Vilanova // IFAC Proceedings Volumes. – 2011. – Vol. 44, Issue 1. – P. 12042–12047. doi: 10.3182/20110828-6-it-1002.02251
10. Alfaro, V. M. Simple Robust Tuning of 2DoF PID Controllers From A Performance/Robustness Trade-off Analysis [Text] / V. M. Alfaro, R. Vilanova // Asian Journal of Control. – 2012. – Vol. 15, Issue 6. – P. 1700–1713. doi: 10.1002/asjc.653
11. Ковриго, Ю. М. Методика налаштування  $H_\infty$ -ПІД регулятора для об'єктів із запізнюванням [Текст] / Ю. М. Ковриго, Т. Г. Баган // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2013. – № 1. – С. 27–33.
12. Ковриго, Ю. М. Методи забезпечення стійкості систем регулювання на базі ПІ- та ПІД-регуляторів [Текст] / Ю. М. Ковриго, Т. Г. Баган, О. С. Бунке // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2013. – Т. 3, № 3 (63). – С. 58–63. – Режим доступу: <http://journals.urau.ua/eejet/article/view/14740/12518>
13. Ковриго, Ю. М. Обеспечение робастности в АСУ теплоэнергетическими объектами [Текст] / Ю. М. Ковриго, Т. Г. Баган, А. С. Бунке // Теплоэнергетика. – 2014. – № 3. – С. 9–14.
14. Ковриго, Ю. М. Проектування систем керування з регулятором на базі внутрішньої моделі з двома ступенями свободи [Текст] / Ю. М. Ковриго, Т. Г. Баган, А. П. Ушаповський // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2014. – Т. 4, № 11 (70). – С. 4–8. doi: 10.15587/1729-4061.2014.26307